

NERIEŠENÉ PRÍKLADY S VÝSLEDKAMI

11. K i n e m a t i k a

1. Dvaja cyklisti trénujú jazdu na priamej vodorovnej vozovke. Pri istom kilometrovníku súčasne vyštartujú v opačných smeroch a po ubehnutí dráhy s každým z nich sa otočia a idú nazad. Prvý cyklista sa pohybuje rýchlosťou v_1 a druhý rýchlosťou v_2 .

a) za aký čas od štartu sa obaja stretli

b) ak $v_1 = 24$ km/h, $v_2 = 16$ km/h a $s = 5$ km, pri ktorom kilometrovníku sa stretli, ak vyštartovali pri 25 km?

$$\left[a) t = 4s/(v_1 + v_2) ; \quad b) \text{ stretnú sa pri } 23. \text{ km} \right]$$

2. Dvaja cyklisti trénujú jazdu na priamej vodorovnej ceste. Pri istom kilometrovníku súčasne vyštartujú v opačných smeroch a po ubehnutí dráhy s každým z nich sa otočia a idú nazad. Prvý sa pohybuje rýchlosťou v_1 , druhý rýchlosťou v_2 . Aká má byť rýchlosť v_1 aby sa stretli prv než druhý cyklista prejde dráhu s ?

$$\left[v_1 \geq 3 v_2 \right]$$

3. Z dvoch staníc v priamej vzájomnej vzdialenosti $s = 100$ km vyštartujú súčasne oproti sebe dva vlaky. Prvý sa pohybuje rýchlosťou $v_1 = 120$ km/h, druhý rýchlosťou $v_2 = 80$ km/h. Kedy sa stretnú a akú časť cesty ujde každý z nich?

$$\left[t = 30 \text{ min.}; \quad s_1 = 60 \text{ km}; \quad s_2 = 40 \text{ km} \right]$$

4. Rýchlik ide rýchlosťou $v = 72$ km/h a vchádza na most dĺžky $s_1 = 320$ m. Je zložený z lokomotívy dĺžky $l_1 = 18,0$ m a z 15 vagónov, z ktorých každý má dĺžku $l_2 = 16,0$ m. Každý spoj medzi vagónmi, ako aj spoj medzi lokomotívou a prvým vagónom má dĺžku $l_3 = 0,8$ m. Určte celkovú dobu prechodu vlaku cez most.

$$\left[t = 29,5 \text{ s} \right]$$

5. Na pozorovateľni v blízkosti dela zistili, že delová guľa zasiahla cieľ za čas $t_1 = 3$ s po záblesku z hlavne. Výbuch strely pri jej dopade počuli na pozorovateľni v čase $t_2 = 9$ s po záblesku z hlavne. Určte vzdialenosť d miesta dopadu od pozorovateľne a priemernú rýchlosť v strely vo vodorovnom smere! (rýchlosť zvuku $c = 330$ m/s)

$$\left[d = c(t_2 - t_1) = 1980 \text{ m}; \quad v = d/t_1 = 660 \text{ m/s} \right]$$

6. Dokonale hladká guľa bola vrhnutá po vodorovnej ľadovej ploche rýchlosťou $v_1 = 3 \text{ m/s}$ z bodu A do bodu B, pričom $AB = d = 15 \text{ m}$. Z bodu C bola vrhnutá o 2 s neskôr druhá guľa. Bod C má od bodu B vzdialenosť $d_1 = 10 \text{ m}$. Akou rýchlosťou v_2 treba vrhnúť druhú guľu, aby sa s prvou stretla v bode B, ak je bod C

- a) medzi bodmi A, B
b) na kolmici k dráhe AB vztýčenej v bode B

$$\left[\text{a) } v_2 = d_1 v_1 / (d - t \cdot v_1) = 3,33 \text{ m/s}; \quad \text{b) ako v a) } \right]$$

7. Cestujúci vidí z vlaku idúceho rýchlosťou v_1 iný vlak dĺžky d , idúci opačným smerom, počas doby t . Aká je rýchlosť v_2 druhého vlaku?

$$\left[v_2 = (d - v_1 \cdot t) / t \right]$$

8. Plavec má preplávať priamu vzdialenosť $s = 480 \text{ m}$ po prúde a späť proti prúdu. Po prúde preplával túto vzdialenosť za $t_1 = 120 \text{ s}$ a proti prúdu za $t_2 = 600 \text{ s}$. Určte rýchlosť plavca v_p voči vode a rýchlosť v_v tečúcej vody!

$$\left[v_p = s \frac{t_1 + t_2}{2 t_1 t_2}; \quad v_v = s \frac{t_2 - t_1}{2 t_1 t_2} \right]$$

9. Uzavretá bežecká dráha štadióna má dĺžku d . Trénujú na nej dvaja bežci s priemernými rýchlosťami $v_1 > v_2$. Ak štartujú súčasne z toho istého miesta v opačných smeroch stretnú sa prvýkrát za čas t_1 . Ak súčasne vyštartujú tým istým smerom (opäť z toho istého miesta), dobehne rýchlejší bežec pomalšieho za čas t_2 . Určte

- a) v_1 a v_2
b) koľkokrát obehne štadión prvý a koľkokrát druhý bežec za čas t_2 ?

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } v_1 = d \frac{t_1 + t_2}{2 t_1 t_2}; \quad v_2 = d \frac{t_2 - t_1}{2 t_1 t_2}; \\ \text{b) } n_1 = \frac{t_1 + t_2}{2 t_1}; \quad n_2 = \frac{t_2 - t_1}{2 t_1}; \end{array} \right]$$

10. Na mori nastal výbuch. Zvuk šíriaci sa vzduchom došiel z miesta výbuchu k loďi pozdejšie o Δt ako zvuk šíriaci sa vodou. Ako ďaleko bola loď od miesta výbuchu, ak sa sama nepohybovala? (c_1 - rýchlosť zvuku vo vzduchu, c_2 - rýchlosť zvuku vo vode).

$$\left[d = \frac{c_1 c_2}{c_2 - c_1} \Delta t \right]$$

11. Na mori nastal výbuch. Zvuk šíriaci sa vzduchom došiel z miesta výbuchu k loďi pozdejšie o Δt ako zvuk šíriaci sa vodou. Loď sa pritom pohybovala k miestu výbuchu rýchlosťou v (c_1 - rýchlosť zvuku vo vzduchu, c_2 - rýchlosť zvuku vo vode). Určte vzdialenosť s v ktorej sa nachádzala loď od miesta výbuchu v okamihu jeho vzniku! (Platí $v < c_1 < c_2$)

$$\left[s = \frac{\Delta t(c_1 + v)(c_2 + v)}{c_2 - c_1} \right]$$

12. Z dvoch miest A, B na priamej vodorovnej ceste, vzdialených navzájom o $d = 10^4$ m štartujú súčasne dvaja cyklisti. Prvý, ktorý štartuje z miesta A je rýchlejší ako druhý. Ak sa pohybujú proti sebe, ich vzájomná rýchlosť je $v' = 5$ m/s. Ak sa pohybujú tým istým smerom, majú vzájomnú rýchlosť $v'' = 1$ m/s.

a) Určte rýchlosti cyklistov v_1, v_2

b) Za aký čas t_1 od spoločného štartu a v akej vzdialenosti d_1 od miesta A sa stretnú ak sa pohybujú proti sebe?

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } v_1 = \frac{v' + v''}{2}; \quad v_2 = \frac{v' - v''}{2}; \quad v_1 = 3 \text{ m/s}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s} \\ \text{b) } t_1 = d/v' = 2000 \text{ s}; \quad d_1 = \frac{(v' + v'') d}{2v'} = 6 \text{ km} \end{array} \right]$$

13. Loďka sa pohybuje kolmo na breh rieky pričom jej rýchlosť voči vode je $v_1 = 7,2$ km/h. Prúd ju unáša a na druhý breh dorazí o 150 m nižšie po rieke. Šírka rieky je 500 m. Určte

a) rýchlosť prúdu v_p

b) čas potrebný na preplávanie rieky. Riešte najprv všeobecne!

$$\left[\text{a) } v_p = 0,6 \text{ m/s}; \quad t = 250 \text{ s} \right]$$

14. Vlak vchádza do stanice rýchlosťou $v_1 = 36$ km/hod. zastaví sa za čas $t = 20$ s, od začiatku brzdenia. Aká je dĺžka dráhy potrebná na zastavenie vlaku?

$$\left[s = \frac{1}{2} v_1 t = 100 \text{ m} \right]$$

15. Na priamej vodorovnej trati $s = 125$ m stupňuje vozidlo svoju rýchlosť z $v_0 = 15$ m/s na $v_1 = 28$ m/s. Aké musí byť zrýchlenie a aký čas na to potrebuje?

$$\left[a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s} = 2,24 \text{ m/s}^2, \quad t = \frac{2s}{v_0 + v_1} = 5,81 \text{ s} \right]$$

16. Nákladné auto rovnomerným brzdením znižuje svoju rýchlosť z $v_0 = 72$ km/hod na $v_1 = 36$ km/hod a prejde pritom priamu trať $s = 250$ m. Ako dlho brzdí?

$$\left[t = \frac{2s}{v_0 + v_1} = 16,66 \text{ s} \right]$$

17. Z jedného miesta štartujú súčasne dva motocykle tým istým smerom. Zrýchlenie prvého $a_1 = 1,8$ m/s². Po 16-tich sekundách, od začiatku pohybu, predstihol prvý motocykel svojho súpera o 50 m. Akým zrýchlením sa pohyboval druhý motocykel? Aké mali oba motocykle rýchlosti na konci 16-tej sekundy?

$$\left[a_2 = 1,41 \text{ m/s}^2, \quad v_1 = 28,8 \text{ m/s}, \quad v_2 = 22,56 \text{ m/s} \right]$$

18. Po priamej trati sa pohybuje osobný vlak rýchlosťou $v_1 = 10$ m/s. Po tej istej trati ide za ním lokomotíva rýchlosťou $v_2 = 20$ m/s. Vo vzdialenosti $s_0 = 150$ m za vlakom začne lokomotíva brzdiť. Akým spomalením musí brzdiť, aby cestujúci vo vlaku necítili náraz? Za aký čas od začiatku brzdzenia sa lokomotíva spojí s vlakom?

$$\left[t = \frac{2s_0}{v_2 - v_1} = 30 \text{ s}, \quad a = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2s_0} = 0,33 \text{ m/s}^2 \right]$$

19. Voľne pustené teleso kĺže po naklonenej rovine bez trenia. Za čas t_1 získa rýchlosť v_1 .

a) Určte dĺžku naklonenej roviny ak vieme, že na konci roviny dosiahlo teleso rýchlosť $v_2 = n \cdot v_1$.

b) Akú časť s_1 celkovej dráhy prejde teleso za čas t_1 ?

$$\left[\text{a) } s = \frac{1}{2} n^2 v_1 t_1, \quad \text{b) } s_1 = s/n^2 \right]$$

20. Na priamej ceste prejde motocykel dráhu $s_1 = 120$ m za čas $t_1 = 4$ s a zdvojnásobí pritom svoju rýchlosť.

a) Aká bola jeho počiatočná rýchlosť v_1 ?

b) Akú veľkú dráhu s_c prešiel od štartu, ak sa pohybuje konštantným zrýchlením?

$$\left[\text{a) } v_1 = \frac{2s_1}{3t_1} = 20 \text{ m/s}; \quad \text{b) } s_c = 2v_1 t_1 = 160 \text{ m} \right]$$

21. Pri zrýchlení $a = 1,8$ m/s² zvýši auto svoju rýchlosť z $v_1 = 10$ m/s na $v_2 = 20$ m/s.

a) aký čas t_1 na to potrebuje a akú dráhu s_1 pritom ubehne?

b) akú dráhu s_2 ubehne od štartu až po dobu získania rýchlosti v_1 ?

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } t_1 = (v_2 - v_1)/a = 5,55 \text{ s}; \quad s_1 = \frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2a} = 83,33 \text{ m} \\ \text{b) } s_2 = \frac{v_1^2}{2a} = 27,75 \text{ m} \end{array} \right]$$

22. Z križovatky odštartujú súčasne dve autá v navzájom kolmých smeroch. Obe sa pohybujú rovnomerne zrýchlene. Po čase $t = 10$ s od štartu je ich vzájomná vzdialenosť $s = 200$ m, pričom jedno vozidlo má od križovatky dvojnásobnú vzdialenosť ako druhé. Aké sú rýchlosti vozidiel v tomto okamihu?

$$\left[v_1 = \frac{2s}{t\sqrt{5}} = 8 \cdot \sqrt{5} \text{ m/s}; \quad v_2 = 2 \cdot v_1 = 16 \cdot \sqrt{5} \text{ m/s} \right]$$

23. Pozorovateľ stojaci v okamihu rozbehu vlaku pri jeho začiatku zaznamenal, že prvý vagón prešiel popri ňom za čas t_1 . Ako dlho bude popri ňom prechádzať n -tý vagón, keď sú všetky vagóny rovnako dlhé? Pohyb vlaku považujte za priamočiary rovnomerne zrýchlený!

$$\left[t_x = t_1 (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) \right]$$

24. Vlak idúci rýchlosťou v_1 dokážeme zastaviť na dráhe s_1 . Akú rýchlosť v_2 mal vlak, ak sme ho rovnakou silou zastavili na dráhe s_2 ?

$$\left[v_2 = v_1 \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} \right]$$

25. Kameň sme vyhodili zvislo nahor a vyletel do výšky $h = 10$ m.

- a) Za ktorý čas t od začiatku pohybu dopadne na zem?
b) Do akej výšky H sa dostane kameň, ak počiatočnú rýchlosť zdvojnásobíme? Odpor prostredia neuvažujeme.

$$\left[\text{a) } t = 2 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2,828 \text{ s}; \quad \text{b) } H = 4 \cdot h \right]$$

26. Z helikoptéry, ktorá je vo výške $h = 300$ m spadol kameň. Za aký čas t dopadne na povrch zeme, ak helikoptéra stúpa nahor rýchlosťou $v_0 = 5$ m/s? (Odpor vzduchu zanedbajte!)

$$\left[t = 8,3 \text{ s} \right]$$

27. Z helikoptéry, ktorá je vo výške $h = 300$ m spadol kameň. Za aký čas t dopadne na povrch Zeme, ak helikoptéra klesá súčasne nadol rýchlosťou $v_0 = 5$ m/s?

$$\left[t = 7,3 \text{ s} \right]$$

28. Teleso A bolo hodené zvislo nahor rýchlosťou v_1 . Teleso B padá z výšky h voľným pádom s nulovou počiatočnou rýchlosťou. Nájdite závislosť vzájomnej vzdialenosti x medzi telesami A a B od času ak vieme, že telesá sa začali pohybovať súčasne. Nájdite čas t_1 v ktorom sa stretnú!

$$\left[x = h - v_1 \cdot t; \quad t_1 = h/v_1 \right]$$

29. Voľne padajúce teleso minie dva body A a B navzájom vzdialené o $d = 12$ m za časový interval $\Delta t = 1$ s. Z akej výšky h nad bodom A padá teleso? Akú rýchlosť má v bodoch A a B?

$$\left[h = 2,45 \text{ m}; \quad v_A = 7 \text{ m/s}; \quad v_B = 17 \text{ m/s} \right]$$

30. Akú rýchlosť v má náboj vo výške h , ak ho vystrelíme zvisle nahor počiatočnou rýchlosťou v_0 ? Akú výšku H dosiahne? Odpor prostredia neuvažujte!

$$\left[v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}; \quad H = v_0^2/2g \right]$$

31. Lyžiar si vypočítal, že ak by išiel rýchlosťou $v_1 = 10$ km/h prišiel by do cieľa o 13⁰⁰ hod. Ak by išiel rýchlosťou $v_2 = 20$ km/h dorazil by o 11⁰⁰ hod. Akou rýchlosťou musel ísť, aby do cieľa prišiel o 12⁰⁰ hod.?

$$\left[v = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 13,33 \text{ km/h} \right]$$

32. Začiatočnou rýchlosťou $v_0 = 5$ m/s vrhneme zo zemského povrchu guľôčku zvislo nahor. V tom istom okamihu voľne pustíme druhú guľôčku z výšky h . Obe guľôčky dopadnú na zemský povrch súčasne. Vypočítajte výšku h !

$$\left[h = \frac{2v_0^2}{g} = 5 \text{ m} \right]$$

33. Voľne padajúce teleso prebehne za čas $\Delta t = 2$ s dráhu medzi dvoma bodmi P_1 a P_2 , ktorých vzdialenosti od miesta začiatku voľného pádu sú h_1 a h_2 . V bode P_2 je kinetická energia telesa dvojnásobná ako v bode P_1 . Vypočítajte veľkosti h_1 a h_2 !

$$\left[h_1 = 116,6 \text{ m}; \quad h_2 = 233,2 \text{ m} \right]$$

4. Chlapec rovnomerne otáča kameň priviazaný na špagáte dlhom $d = 0,8$ m v zvislej rovine tak, že kameň za 1 s urobí $n = 2$ obrátky. Do akej výšky vyletí kameň, ak sa špagát pretrhne v okamihu, keď rýchlosť kameňa má smer zvislý nahor?

$$\left[h = 5,05 \text{ m} = \frac{(2\pi nd)^2}{2g} \right]$$

35. Z balóna bola vyhodená guľôčka zvisle nahor počiatočnou rýchlosťou $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Za čas $t_1 = 15 \text{ s}$ guľôčka dopadla na zem. Určte výšku h balóna nad zemou!

$$\left[h = \frac{gt_1^2}{2} - v_0 t_1 = 975 \text{ m} \right]$$

36. Z veže výšky h bol vrhnutý kameň vodorovne rýchlosťou v_0 .
- Aký čas t sa bude kameň pohybovať, než dopadne na zem?
 - V akej vzdialenosti x od veže dopadne na zem?
 - Akou rýchlosťou v dopadne na zem?
 - Aký uhol φ bude zvierat dráha kameňa s vodorovnou rovinou v bode dopadu?

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad \text{b) } x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad \text{c) } v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \\ \text{d) } \sin \varphi = gt / \sqrt{v_0^2 + 2gh} \end{array} \right]$$

37. Z lietadla, ktoré letí vo výške $h = 400 \text{ m}$ nad miestom A vypadne predmet, ktorý dopadne vo vzdialenosti $d = 800 \text{ m}$ od miesta A. Akou rýchlosťou v letí lietadlo?

$$\left[v = d \sqrt{\frac{g}{2h}} = 88,6 \text{ m/s} \right]$$

38. Vo výške $h = 720 \text{ m}$ nad zemským povrchom letí lietadlo rýchlosťou $v = 360 \text{ km/h}$. Nad určitým bodom zemského povrchu sa z lietadla voľne vypustí predmet. V akej vzdialenosti od tohto bodu dopadne predmet na zem? Odpor prostredia neuvažujte!

$$\left[d = v \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1200 \text{ m} \right]$$

39. Objekt A v priamej vzdušnej vzdialenosti d pozorujeme pod zorným uhlom $\varphi = 60^\circ$. Aký má byť výškový uhol výstrelu α pri začiatočnej rýchlosti strely v_0 , aby sme objekt zasiahli, keď začne padat voľným pádom súčasne s výstrelom? Odpor prostredia zanedbajte!

$$\left[\alpha = \varphi \right]$$

40. Chlapec hodil loptu rýchlosťou $v_0 = 10 \text{ m/s}$ šikmo nahor pod uhlom 45° . Lopta dopadla na stenu vzdialenú od chlapca $d = 3 \text{ m}$. V akej výške narazila lopta na stenu, keď chlapec vyhodil loptu z výšky $h = 1 \text{ m}$?

$$\left[y = 3,1 \text{ m} \right]$$

41. Chlapec kopol loptu rýchlosťou $v_0 = 10$ m/s pod elevačným uhlom 45° , na stenu vzdialenú od neho 3 m. Akou rýchlosťou dopadla na stenu?

$$\left[v = 7,6 \text{ m/s} \right]$$

42. Svetelná raketa (svetlica) bola vystrelená rýchlosťou v_0 pod elevačným uhlom α . Aká musí byť oneskorenie zapálenia svietiacej náplne vzhľadom na okamih výstrelu, aby začala svietiť v najvyššom bode svojej dráhy?

$$\left[\Delta t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right]$$

43. Lietadlo letí vo výške h rýchlosťou v_0 . Pod akým uhlom α musí vidieť letec cieľ, na ktorý má byť zhodená bomba? Uhol α meriame od zvislého smeru, odpor prostredia zanedbávame.

$$\left[\operatorname{tg} \alpha = v_0 \sqrt{\frac{2}{gh}} \right]$$

44. Nájdite polomer otáčajúceho sa kolesa, ak je známe, že obvodová rýchlosť v_1 bodu ležiaceho na obvode je 2,5-krát väčšia ako rýchlosť v_2 bodu ležiaceho o 5 cm bližšie k osi kolesa.

$$\left[R = 8,35 \text{ cm} \right]$$

45. Remeňom sa prenáša otáčavý pohyb z kolesa A s priemerom $d_1 = 50$ cm konajúceho 30 ot/min na koleso B s priemerom $d_2 = 25$ cm. Koľko otáčok za minútu vykoná koleso B?

$$\left[n_2 = 60/\text{min.} \right]$$

46. Akou rýchlosťou musí letieť lietadlo nad rovníkom od východu na západ, aby sa cestujúcim v lietadle zdalo Slnko nehybným? Polomer Zeme $R = 6380$ km, lietadlo letí nízko nad zemou.

$$\left[v = 1670 \text{ km/h} \right]$$

47. Dĺžka minútovej ručičky hodiniek je trojnásobkom dĺžky sekundovej ručičky. V akom pomere sú obvodové rýchlosti koncových bodov ručičiek?

$$\left[v_m : v_s = 1 : 20 \right]$$

48. Dva kruhové disky sú umiestnené na spoločnej osi vo vzájomnej vzdialenosti d . Otáčajú sa rovnakou frekvenciou f . Gulka, ktorá letí rovnobežne s osou rýchlosťou v , prerazí oba disky. Otvor po gulke na druhom disku je posunutý voči otvoru na prvom disku o uhol $\Delta\varphi$. Vypočítajte rýchlosť gulky.

$$\left[v = \frac{2\pi fd}{\Delta\varphi} \right]$$

49. Koleso lokomotívy má priemer $d = 1,5$ m a otáča sa frekvenciou $n = 297$ ot/min. Akou rýchlosťou sa pohybuje lokomotíva?

$$\left[v = 84 \text{ km/h} \right]$$

50. Vo zvislej rovine po kružnici s polomerom $r = 0,5$ m otáčame konvou naplnenou vodou. Akou najmenšou obvodovou rýchlosťou sa musí konva otáčať, aby pri tomto pohybe voda z konvy nevytekla?

$$\left[v = \sqrt{rg} = 2,236 \text{ m/s} \right]$$

51. Bicyklista jazdí v daždi bez zadného blatníka. Koleso bicykla má priemer $d = 0,8$ m a frekvenciu $n = 120$ ot/min. Do akej maximálnej výšky sa dostanú kvapky vody, ktoré sú z kolesa vymrštené pod uhlom $\alpha = 45^\circ$?

$$\left[y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{d}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1,33 \text{ m} \right]$$

52. Ozubené koleso s priemerom D_1 a frekvenciou n_1 dotýka sa iného ozubeného kolesa s priemerom D_2 . Obe kolesá sa otáčajú okolo pevných, navzájom rovnobežných osí. Aká je frekvencia druhého kolesa?

$$\left[n_2 = n_1 \frac{D_1}{D_2} \right]$$