

Fyzika AI, LS 2014-15, cvičenie 1

1. Uvažujme vektory $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{B} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$, $\mathbf{C} = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ umiestnené v jednej rovine. Vypočítajte absolútnu hodnotu (dĺžku) vektorov: a) $\mathbf{D} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$, b) $\mathbf{E} = \mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C}$.
2. Uvažujte polohové vektory $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ a $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$. Vypočítajte v zložkovom tvare vektory: a) $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, b) $\mathbf{D} = 2\mathbf{A} - \mathbf{B}$.
3. Vypočítajte objem rovnobežnostenu určeného trojicou vektorov: $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ a $\mathbf{C} = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$.
4. Vypočítajte plochu trojuholníka určeného dvojicou vektorov: $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ a $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.
5. Vypočítajte sínus uhla φ zovretého medzi vektormi: $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ a $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.
6. Určte prácu, ktorú vykoná sila $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ pôsobiaca na bod, ktorý sa pohybuje pozdĺž vektora $\mathbf{A} = 0\mathbf{i} - 1\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. Návod: Treba urobiť operáciu $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{A}$.
7. Určte veľkosť momentu sily $\mathbf{F} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ pôsobiacej v bode $\mathbf{B} (4, 2, -3)$ vzhľadom na počiatok súradnicovej sústavy. Návod: Treba urobiť operáciu $|\mathbf{D}| = |\mathbf{B} \times \mathbf{F}|$.
8. Dané sú tri vektory $\mathbf{a} = 2\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{u} - \mathbf{v}$, $\mathbf{c} = 4\mathbf{v}$. Dokážte, že sú komplanárne a nájdite súčinitele m a n rovnosti vyjadrujúcej ich lineárnu závislosť $\mathbf{a} = m\mathbf{b} + n\mathbf{c}$.
9. Ak $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, aký vektor \mathbf{b} treba k nemu pripočítať, aby výsledok, vektor \mathbf{c} , mal dvojnásobnú veľkosť ako vektor \mathbf{a} , ale mal opačný smer?
10. Uhlopriečky rovnobežníka sú zadané ako vektory \mathbf{u} a \mathbf{v} . Pomocou nich vyjadrite strany rovnobežníka \mathbf{a} a \mathbf{b} .
11. Napíšte jednotkový vektor $\boldsymbol{\eta}$, ktorý má opačný smer ako vektor $\mathbf{a} = 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.
12. Posúďte či vektor $\mathbf{c} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ možno vyjadriť ako lineárnu kombináciu vektorov $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ a $\mathbf{b} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.
13. Bodmi A a B je zadaná priamka, pričom ich polohové vektory sú \mathbf{a} a \mathbf{b} . Vyjadrite polohový vektor \mathbf{r} ľubovoľného bodu ležiaceho na tejto priamke.
14. Aké uhly zvierá vektor $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ so súradnicovými osami karteziánskej sústavy?
15. Vyjadrite priemet \mathbf{p} vektora $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ do vektora $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$. Zvážte či tento priemet môže mať zložku rovnobežnú s jednotkovým vektorom \mathbf{k} .

16. Vyjadrite priemet vektora predstavujúceho telesovú uhlopriečku kocky do priamky zhodnej s uhlopriečkou základne. Hrana kocky má veľkosť a .
- keď prechádzajú spoločným vrcholom kocky
 - keď neprechádzajú spoločným vrcholom kocky
17. Zo začiatku súradnicovej sústavy smerujú tri strely po priamkach do bodov, ktorých polohové vektory sú: $\mathbf{a}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}+3\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=4\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$. Rozhodnite či sa strely pohybujú v jednej rovine.

Výsledky:

- [a) $\mathbf{D} = 6\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$, $|\mathbf{D}| = \sqrt{85}$, b) $\mathbf{E} = 4\mathbf{i} + 9\mathbf{j}$, $|\mathbf{E}| = \sqrt{97}$]
- [a) $\mathbf{C} = 5\mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, b) $\mathbf{D} = 4\mathbf{i} - 11\mathbf{j} + 15\mathbf{k}$]
- [$V = 290$]
- [$S = 13,28$]
- [$\sin \varphi = 0,77$]
- [$W = 16 \text{ Nm}$]
- [51 Nm]
- [$m = 2/3$, $n = 11/12$]
- $\mathbf{b} = -9\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$
- $\mathbf{a} = 0,5\mathbf{u} + 0,5\mathbf{v}$; $\mathbf{b} = 0,5\mathbf{u} - 0,5\mathbf{v}$
- $\boldsymbol{\eta} = \frac{\mathbf{a}}{\sqrt{45}} = \frac{(-5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k})}{\sqrt{45}}$
- nemožno
- $\mathbf{r} = \mathbf{a} + s(\mathbf{b} - \mathbf{a})$
- $\alpha = 36,7^\circ$; $\beta = 122,3^\circ$; $\gamma = 74,5^\circ$
- $\mathbf{p} = \frac{3}{5}\mathbf{i} + \frac{4}{5}\mathbf{j}$, nemôže
- a) $a(\mathbf{i} + \mathbf{j})$ b) 0
- áno