

6. Týždeň

1. Vypočítajte polohu ťažiska útvaru, ktorý má tvar písmena T, pričom obidve časti písmena majú rovnakú dĺžku l . Začiatok súradnicovej sústavy zvolte v spoločnom bode obidvoch častí písmena.
2. Vypočítajte súradnice ťažiska tenkého drôtu zohnutého do tvaru písmena L, pričom dĺžka vodorovnej časti je $a=20\text{cm}$ a dĺžka zvislej časti je $b=40\text{cm}$. Začiatok súradnicovej sústavy zvolte v mieste ohybu drôtu.
3. Vypočítajte polohu ťažiska lichobežníka, ktorý vznikol z rovnostranného trojuholníka odrezaním jedného z vrcholov rezom rovnobežným s protiľahlou základňou a prechádzajúcim stredom výšky trojuholníka. Dĺžka strany pôvodného trojuholníka je a . Počiatok súradnicovej sústavy zvolte v prostriedku najdlhšej hrany lichobežníka.
4. Dve malé guľôčky s hmotnosťami $m_1 > m_2$ sú spojené spojnicou zanedbateľnej hmotnosti, ktorá má dĺžku l . Vypočítajte moment zotrvačnosti J tohto útvaru vzhľadom na os kolmú na spojnicu a prechádzajúcu ťažiskom sústavy.
5. Kruhový disk má hmotnosť m a polomer R , takže jeho moment zotrvačnosti vzhľadom na os prechádzajúcu jeho ťažiskom kolmo na rovinu disku je $J_1 = (1/2)mR^2$. V disku urobíme dva otvory s polomerom $R/2$. Vypočítajte moment zotrvačnosti J_2 disku s otvormi.
6. Kruhový disk má hmotnosť $m=6\text{kg}$, polomer $R_1=10\text{cm}$, hrúbku $h_1=4\text{cm}$. Vypočítajte jeho moment zotrvačnosti J_1 . Aká musí byť hrúbka h_n a polomer disku R_n , aby sa pri zachovaní hmotnosti moment zotrvačnosti zväčšil n -krát?
7. Na vodorovnom valci (hriadelí) s polomerom R a hmotnosťou m_1 je navinuté tenké lanko, na ktorom je zavesené závažie s hmotnosťou m_2 .
 - a) Akým zrýchlením a_1 klesá závažie nadol?
 - b) Akou silou T je napínané lanko?
 - c) Akým uhlovým zrýchlením ε sa otáča valec?
8. Tenká kruhová doska s hmotnosťou m a polomerom R má v strede otvor s polomerom $r=R/2$. Vonkajším okrajom dosky kolmo na jej rovinu prechádza os O , okolo ktorej sa otáča.
 - a) Vypočítajte moment zotrvačnosti dosky J_O vzhľadom na os O .
 - b) Doska sa otáča okolo osi uhlovou rýchlosťou ω . Za aký časový interval Δt sa jej uhlová rýchlosť zväčší na štvornásobok, ak otáčanie dosky urýchľuje moment sily veľkosti M ?
9. Po naklonenej rovine sa valí valec hmotnosti M s polomerom R . Vypočítajte rýchlosť a zrýchlenie valca po prejdení vzdialenosti L ak naklonená rovina zvierá s vodorovnou plochou uhol α .
10. Akými silami je namáhané lano prevesené cez hmotnú kladku s polomerom R a momentom zotrvačnosti J (vzhľadom na jej os otáčania) na koncoch, ktorého sú umiestnené bremená s hmotnosťami $m < M$, ak sa bremená samovoľne pohybujú?

Riešenia:

1. $r_T = (-l/4; 0)$

2. $r_T = (3,33; 13,33) \text{cm}$

3. $r_T = (0; \frac{\sqrt{3}}{9}a)$

4. $J = \frac{m_1 m_2 l^2}{m_1 + m_2}$

5. $J = \frac{5}{16} m R^2$

6. $J_1 = 0,03 \text{kgm}^2; R_n = R_1 \sqrt{n}; h_n = h_1/n$

7. $a_1 = \frac{2m_2}{2m_2+m_1}g; T = \frac{m_1 m_2}{2m_2+m_1}g; \varepsilon_1 = \frac{2m_2}{2m_2+m_1} \frac{g}{R}$ [6

8. $J_O = \frac{13}{8} m R^2; \Delta t = \frac{3J_O \omega}{M}$

9. $a = \frac{2}{3} g \sin \alpha; v = \sqrt{\frac{4gL \sin \alpha}{3}}$

10. $F_m = mg \left(\frac{\frac{J}{R^2} + 2M}{\frac{J}{R^2} + m + M} \right); F_M = Mg \left(\frac{\frac{J}{R^2} + 2m}{\frac{J}{R^2} + m + M} \right)$